|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***-Lycée : Elamel Fouchana*** | ***Devoir de******synthèse N°1*** | ***-Classe : 4éme M******-Date : 04/12/2012******-Durée : 3h*** |
| ***-Prof : B. Zouhaier*** |

***Exercice n°1 (3points) :*** *Cocher la réponse exacte, en justifiant la réponse.*

1. *Si f(x) =* $\frac{x^{2012}+x-2}{x-1}$ *alors* $\lim\_{x\to 1}f(x)$*=*

*a)2012 ; b) 2013 ; c) 2014*

1. *Si f est une fonction dérivable en 0 telle que f(0) = 0 et f’(0) = 1 alors* $\lim\_{x\to 0}\frac{f(2sinx)}{x}$*=*

*a)0 ; b) 1 ; c) 2*

1. *ABCD est un carré direct de centre O et I le milieu de [AB] alors l’isométrie S(AD) o S(OI) o S(BC)  est :*
2. *La symétrie orthogonale d’axe (OI)*
3. *La symétrie orthogonale d’axe (AD)*
4. *La symétrie glissante de vecteur* $\vec{BA}$ *et d’axe (AD)*

***Exercice n°2 (4points) :*** *Soit* $θ\in \left]0,π\right[$ *et* $(E\_{θ}) $*: z2* $-$*2z* $-2i\sin(θe^{iθ}) $*= 0*

1. *a)Montrer que : 1+*$ 2i\sin(θe^{iθ})$*= (*$e^{iθ}$*)²*

*b) Résoudre dans*$ C$*,* $\left(E\_{θ}\right)$

1. *On donne f(z) = z3*$-4$*z2 +2(*$2-i\sin(θe^{iθ})$*)z +* $4i\sin(θe^{iθ})$

 *a) Calculer f(2)*

 *b) Montrer que : f(z) = (z*$-2$*)( z2* $+$*bz+c) où b et c deux nombres complexes à déterminer*

 *c) Résoudre dans* $C$ *l’équation : f(z)=0*

1. *Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct ( 0 ;* $\vec{u}$*,* $\vec{v}$ *)*

 *On désigne par A , B et C les points d’affixes respectives : 2 , 1*$-e^{iθ}$*et 1+*$e^{iθ}$

1. *Déterminer la forme exponentielle de zB et zC*
2. *Montrer que : OBAC est un rectangle*
3. *Déterminer* $θ$ *pour que OBAC soit un carré*

***Exercice n°3(5points) :*** *Soit f la fonction définie sur ] 0 ; +*$\infty $*[ par f(x) =* $\sqrt{1+\frac{1}{x}}$

1. *1- a)Montrer que f est dérivable sur ] 0 ; +∞[ et calculer f’(x)*

 *b) Dresser le tableau de variation de f*

 *c)Vérifier que pour tout x* $\geq 1$ *, f(x)* $\geq 1$

 *2- a)Montrer que l’équation f(x) = x admet une solution unique* $α$$ϵ$ *]1 ; 2[*

 *b) Donner suivant les valeurs de x le signe de f(x) – x*

 *3-Montrer que pour tout x* $\geq $ *1 ; on a |f’(x)|* $\leq \frac{1}{2}$

1. *Soit U la suite définie sur IN par* $\left\{\begin{array}{c}U\_{0 }\geq 1 \\U\_{n+1}= \sqrt{1+\frac{1}{U\_{n}}}\end{array}\right.$

*1 - Déterminer la valeur de U0 pour la quelle U est constante.*

 *Dans la suite on suppose que U0* $\ne α$

 *2 - a) Montrer que pour tout n* $ϵ$ *IN , Un* $\geq 1$

 *b) Montrer que U est décroissante*

 *c)Déduire que U est convergente et déterminer sa limite*

 *3 - a)Montrer que pour tout n* $ϵ$ *IN , |Un+1 –* $α$ *|* $\leq \frac{1}{2}$*|Un –* $α$*|*

 *b) En déduire que | Un –* $α$*|* $\leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ *pour tout n* $ϵ$ *IN*

 *c)Retrouver la limite de U*

***Exercice n°4(5points) :*** *Dans l’annexe ci-joint, on considère le triangle ABC rectangle en C tel que* $\left(\hat{\vec{CA},\vec{CB}}\right)≡ \frac{π}{2} [2π]$ *et les deux triangles ACD et ABE isocèles et rectangles en A . On désigne par I, J et K les milieux respectifs de [CD], [AC] et [AD] .*

*Soit f une isométrie qui envoie A sur D et C sur A*

1. *On suppose que f fixe un point*

*a)Montrer que f est une rotation*

*b) Donner les éléments caractéristiques de f*

*c)Construire le point F = f (B)*

*d) Montrer que les points A,C et F sont alignés*

1. *Soit R la rotation de centre A et d’angle* $\frac{π}{2}$ *et g = f o R*

*a)Déterminer g(E)*

*b) En faisant des décompositions adéquates de f et R .Déterminer la nature de g*

*c)En déduire que AEFD est un parallélogramme*

1. *On suppose que f est sans point fixe*

*a)Montrer que f est une symétrie glissante*

*b) Déterminer les éléments caractéristiques de f*

***Exercice n°5(3points) :*** *Soit f la fonction définie sur [0 ;* $\frac{π}{4}$*] par f(x) =* $\sqrt{sin⁡(2x)}$ *et on désigne par (C ) Sa courbe représentative dans un repère orthonormé*

1. *Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat*
2. *a)Montrer que f est dérivable sur ]0 ;*$\frac{π}{4}$*] et calculer f’(x)*

*b) Dresser le tableau de variation de f*

1. *a)Montrer que pour tout entier naturel non nul n, l’équation f(x) =* $\frac{1}{n}$ *admet dans ]0 ;* $\frac{π}{4}$*[, une solution unique an*

*b) Montrer que la suite (an) est décroissante*

*c)En déduire que (an ) est convergente et déterminer sa limite.*

***Bon Travail***

***Nom et prénom :……………………..***

***Feuille à rendre avec la copie***

***Annexe***

**